UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NAYARA VITÓRIA SOUSA COSTA

O PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES PARA ESTUDANTES DO 7º ANO DE ENSINO FUNDAMENTAL

BOA VISTA-RR
2022

NAYARA VITÓRIA SOUSA COSTA

O PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES PARA ESTUDANTES DO 7º ANO DE ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado como pré-requisito para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Roraima sob a orientação do Prof. Dr. Héctor José García Mendoza.

BOA VISTA-RR
2022

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal de Roraima

C837p Costa, Nayara Vitória Sousa.

O pensamento algébrico por meio da atividade de situações problema discente na resolução de equações para estudantes do 7º ano do ensino fundamental / Nayara Vitória Sousa Costa. – Boa Vista, 2022.

48 f. : il. Inclui Apêndices.

Orientador: Prof. Dr. Héctor José García Mendoza.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Roraima, Curso de Matemática.

1 - Resolução de problema. 2 - Atividade de situações problema discente. 3 - Pensamento algébrico. 4 - Resolução de equações.

I - Título. II - Mendoza, Héctor José García (orientador).

CDU - 514.12

Ficha Catalográfica elaborada pela Bibliotecária/Documentalista:
Maria de Fátima Andrade Costa - CRB-11/453-AM

NAYARA VITÓRIA SOUSA COSTA

O PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES PARA ESTUDANTES DO 7º ANO DE ENSINO FUNDAMENTAL.

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado como pré-requisito para conclusão do curso de Licenciatura em Matemática do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Roraima sob a orientação do Prof. Dr. Héctor José García Mendoza.

Prof. Dr. Héctor José García Mendoza
Orientador/ Departamento de Matemática – UFRR

Prof. Dr. Marcelo Batista de Souza
Departamento de Matemática – UFRR

Prof.ª Ma. Soraya de Araújo Feitosa
Membro Externo - CAP/UFRR

Emitido em 30/03/2022

APROVAÇÃO Nº 2/2022 - DMAT (11.05.13)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 30/03/2022 11:09)
HECTOR JOSE GARCIA MENDOZA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DMAT (11.05.13)
Matrícula: 1284321

(Assinado digitalmente em 30/03/2022 11:10)
MARCELO BATISTA DE SOUZA
PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR
DMAT (11.05.13)
Matrícula: 1330997

(Assinado digitalmente em 30/03/2022 16:47)
SORAYA DE ARAUJO FEITOSA
PROFESSOR DE ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
DCAp (11.88.17)
Matrícula: 3064728

DEDICATÓRIA

Deus criou a matemática para servir a humanidade como um manual de descrição do mundo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que sempre esteve cuidando de mim e me fazendo mais que vencedora em toda essa minha jornada na UFRR, com perseverança e dedicação.

Ao meu esposo, companheiro de lutas e amor da minha vida Joaquim Diego, por sempre acreditar nos meus sonhos, me ajudando, apoiando e investindo tempo, dinheiro e conselhos para que a desistência não fosse uma opção.

Aos meus pais Gizeuda e Gilvan, por sempre priorizarem meus estudos ao longo de toda a minha vida e me ensinar a dar valor a cada conquista.

À minha irmã Isis, por diversas vezes me encorajar e consolar mostrando-me que sou capaz de conquistar todas as coisas que almejo.

À minha vozinha Ozana, por desde criança me incentivar aos estudos e me fazer entender que o conhecimento é a única coisa que ninguém jamais poderá tirar de mim.

A Universidade Federal de Roraima por ofertar auxílios e bolsas para me manter até o término do curso.

Ao meu orientador professor Dr. Héctor José García Mendoza por toda dedicação a minha pesquisa e ensinamentos ao longo da minha formação.

Ao Departamento de Matemática e todos os professores que o compõe, agradeço por todos os ensinamentos ministrados ao longo do Curso. Em especial a professora Drª. Edileusa Valente do Socorro Belo por todo o seu comprometimento no meu processo de ensino e aprendizagem e formação docente.

As minhas amigas que a UFRR me proporcionou conhecer Claudenice, Crislene, Joana, Rosailda e Vânia que sempre me ajudaram e consolaram nessa caminhada difícil e árdua da Graduação.

Por fim, a todos que compraram os lanches, trufas e bolos que eu vendia na UFRR para conseguir me manter ativa no curso.

Em virtude disso, declaro os meus sinceros e singelos agradecimentos a todos que de alguma forma direta ou indireta fizeram parte dessa conquista enriquecedora e desafiadora que foi a Graduação.

RESUMO

A resolução de problema como metodologia de ensino coloca o estudante no centro do processo de aprendizagem. O objetivo é analisar contribuições do Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) para resolução de equações utilizando o pensamento algébrico para estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental. O trabalho está fundamentado na Teoria Histórico Cultural por meio da Atividade na perspectiva de Leontiev, Galperin, Talízina e ensino problematizador de Majmutov. A ASPD tem por objetivo resolver tarefas com enfoque problematizador e por meio das ações formular o problema discente, construir núcleo conceitual e procedimental, solucionar o problema discente e interpretar a solução. O Esquema da Base Orientadora Completa da Ação é atividade idealizada pelo professor que servirá para o controle da Base Orientadora da Ação (BOA) dos estudantes. A partir dos princípios do pensamento algébricos definido por Walle e da ASPD é utilizado para a resolução de equações.

Palavras Chaves: Resolução de Problema. Atividade de Situações Problema Discente. Pensamento Algébrico. Resolução de Equações.

ABSTRACT

Problem solving as a teaching methodology places the student at the center of the learning process. The objective is to analyze contributions of the Scheme of the Complete Orienting Base of Action (SCOBA) of the Student Problem Situations Activity (SPSA) for solving equations using algebraic thinking for students 7th Year Elementary School. The work is based on the Cultural History theory through the Activity in the perspective of Leontiev, Galperin, Talízina and the problematizing teaching of Majmutov. The Student Problem Situations Activity aims to solve tasks with a problematized approach through the actions to formulate the student problem, build a conceptual and procedural core, solve the student problem and interpret the solution The Scheme of the Complete Orienting Base of Action is an activity designed by the teacher that will serve to control the Orienting Basis of the Action (OBA) in students. Based on the algebraic thinking principles defined by Walle and the Student Problem Situations Activity, it is used to solve equations.

Keywords: Problem Resolution. Student Problem Situations Activity. Algebraic Thinking. Solving Equations.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

ASPD – Atividade de Situação Problema Discente

BOA – Base Orientadora da Ação

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

EBOCA – Esquema da Base Orientadora Completa da Ação

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino da Álgebra na Educação Básica exige o conhecimento de todas as temáticas do ramo da Matemática que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) subdivide em seu documento formativo: Números e Operações, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, pois a Álgebra em sua aplicabilidade demanda um ensino entrelaçado com todos os eixos citados anteriormente.

A BNCC enfatiza com relevância a construção do pensamento algébrico ao longo de cada etapa do Ensino Básico, porque isso dará aos discentes inúmeras possibilidades de desenvolver o letramento matemático, sendo capazes de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

A pesquisa terá o enfoque num ensino problematizador respaldado por Majmutov (1983) que estimule a construção desse raciocínio algébrico nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o qual se fundamentará na teoria de formação por etapas mentais e conceito de Galperin (1992) e na direção de atividade de estudo de Talízina (1988). Assim, desenvolveremos o Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) de Mendoza e Delgado (2020, 2021) na construção desse pensamento, e verificaremos se contribui para a formação de competências e habilidades na resolução de problemas exigidas pela BNCC.

O problema da pesquisa é: Quais são as contribuições Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) para a resolução de equações utilizando o pensamento algébrico em estudantes 7º Ano do Ensino Fundamental?

A tendência do ensino tradicional como proposta didática mais usada nas salas de aulas brasileiras traz inúmeros questionamentos acerca da qualidade do ensino básico, pois ao educador apoiar-se em conteúdos e metodologias de ensinos rudimentares, a formação dos estudantes fica com uma defasagem de habilidades necessárias e específicas para aplicações dos conceitos algébricos tanto na ciência quanto no seu cotidiano. Por isso, a pesquisa nos traz uma perspectiva de Histórico-Cultural para promover uma aprendizagem partindo de uma psicologia cognitiva na inserção de procedimentos na resolução de problemas.

Em virtude disso, a construção de sequências didáticas, seguindo a ASPD como modelo servirá como um suporte para analisarmos a construção gradativa que o pensamento algébrico impõe em cada ano do Ensino Fundamental II, facilitando assim, a arguição do nível de aprendizagem dos estudantes a luz da teoria de Vygotsky da Linguagem e Zona de Desenvolvimento Proximal.

Assim, temos como objetivo geral analisar as contribuições do EBOCA da ASPD para resolução de equações utilizando o pensamento algébrico para estudantes 7º Ano de Ensino Fundamental. E como objetivo específico verificar a contribuição do ensino problematizador de Majmutov para a construção de tarefas para a resolução de equações e analisar o aporte da ASPD como estratégia de ensino para a resolução de problema de equações.

Diante disso, o trabalho está subdividido entre quatro capítulos os quais apresentam respectivamente: A Teoria Histórico-Cultural na perspectiva de Galperin, Talízina e Majmutov; Didática do Ensino Problematizador; Procedimentos metodológicos e Propostas didáticas.

O capítulo I é fundamentado na Teoria Histórico Cultural na perspectiva de Galperin, Talízina e Majmutov com base nas seguintes teorias: Linguagens de Vygotsky (Zona de Desenvolvimento Proximal); a Teoria da Atividade de Leontiev; a Formação por etapas das ações mentais de Galperin; a Direção da Atividade de Estudo Talízina; o Ensino Problematizador de Majmutov e o EBOCA da ASPD de Mendoza e Delgado no estudo da construção do pensamento algébrico.

O capítulo II aborda a formação de competências e habilidades que a BNCC normatiza para a construção do pensamento algébrico ao longo dos anos do Ensino Fundamental II e também apresenta as generalizações e padrões do simbolismo matemático no qual Walle (2009) destaca que o pensamento algébrico exige nas etapas de consolidação do letramento matemático com o pensamento relacional.

O capítulo III destaca os procedimentos metodológicos utilizados para a construção da pesquisa com caráter teórico.

No capítulo IV é apresentada uma construção de um sistema de tarefas vinculadas à teoria da ASPD em suas resoluções para fundamentar uma base sólida e edificada para consolidar o pensamento algébrico seguindo cada passo que Walle (2009) nos sugere. Assim, serão apresentadas quatro classificações dos problemas discentes que nos permitirá organizar o processo de ensino e aprendizagem entrelaçando o pensamento relacional com o raciocínio algébrico, seguindo quatro ações lógicas para a resolução dos problemas definidas pela ASPD as quais possibilitará ao estudante formular o problema, construir o núcleo conceitual para solucioná-lo e analisar os passos da sua resolução.

CAPITULO I: TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL NA PERCEPTIVA DE GALPERIN, TALÍZINA E MAJMUTOV.

Neste capítulo será fundamentada a Teoria Histórico-Cultural com base nas seguintes perspectivas teóricas: Linguagens e Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky; a Teoria da Atividade de Leontiev; a Formação por etapas das ações mentais de Galperin; a Direção da Atividade de Estudo Talízina; o Ensino Problematizador de Majmutov e o EBOCA da ASPD de Mendoza e Delgado no estudo da construção do pensamento algébrico.

1.1 TEORIA DA ATIVIDADE DE ESTUDO.

Vygotsky (1989) afirma em sua teoria que a linguagem influencia na evolução humana onde o desenvolvimento do sujeito ocorre partindo de apropriação de significados culturais do seu meio social, isto é, a condição humana de linguagem, consciência e atividade evoluem transformando-se de biológica para sociocultural. Isso nada mais é que, a linguagem externa sendo transformada pelo sujeito em uma linguagem interna proporcionando assim, um aprendizado com influência do exterior.

Para Vygotsky (1989) as funções intelectuais superiores e psicológicas influenciam na forma de aprendizagem dos estudantes, por isso ele as estabeleceu de duas formas respectivamente: interpsíquica e intrapsíquica. Contudo, constituem-se os conceitos de área de desenvolvimento atual e as Zonas de Desenvolvimento tanto a Potencial quanto a Proximal, priorizando a Zona de Desenvolvimento Proximal, pois nessa zona é onde o professor intervém para que a aprendizagem ocorra, por isso é bastante utilizada na educação como uma ciência. Segundo sua teoria, a Zona de Desenvolvimento Atual/Área de Desenvolvimento Atual engloba a bagagem de conhecimento que o estudante possui, isto é, o conhecimento disponível e internalizado por ele o qual, o professor pode usufruir para atingir o potencial com algo ainda desconhecido por esse discente; já no Desenvolvimento Potencial o estudante ainda não possui o conhecimento requerido (por ser algo desconhecido), entretanto, com uma intervenção pedagógica do professor ou uma ajuda de um estudante mais avançado esse potencial pode ser atingindo. Logo, percebe-se que a Zona de Desenvolvimento Proximal é a mais importante de todas elas, pois a mesma funciona como uma ponte, partindo de um conhecimento real para alcançar ao conhecimento potencial desse discente. Essa consideração explica o relacionamento inicial interpsicológico assim como a assimilação pessoal e final do conhecimento, como uma condição de caráter intra-psicológica.

Na Teoria da Atividade, segundo Leontiev (2004), o sujeito se relaciona com o mundo externo por meio de uma atividade mental e, a partir disso, faz uma distinção entre os elementos:

motivo, objetivo, ação e operações. Onde tanto o conceito de motivo vincula-se com o conceito de atividade, quanto o conceito de objetivo correlaciona-se ao conceito de ação. Nesse sentido, a ação nessa teoria desempenha um papel intencional e operacional, isto é, o que deve se obter e por que meios pode-se atingir o objetivo buscado.

Portanto, deve-se destacar que a teoria da atividade de Leontiev (2004), a Teoria Histórico-Cultural e da linguagem de Vygotsky (1989) estão entrelaçadas entre si, pois as duas visam à interação do estudante no processo de ensino e aprendizagem com o ambiente e as relações humanas construídas ao decorrer de todo o procedimento para a realização da atividade.

1.2 A ATIVIDADE DE ESTUDO FUNDAMENTADA EM GALPERIN E TALÍZINA

O estudo de Galperin traz uma continuação da perspectiva de Vygotsky sobre o conceito de internalização que os estudantes desenvolvem no seu intelectual para atingir a aprendizagem de forma significativa. Os principais problemas dessa pesquisa são a aprendizagem, o desenvolvimento e o ensino, em que serviria como um termômetro para analisar o aprendizado consolidado dos discentes estudando as estratégias de formação de ações mentais utilizada por eles. Ou seja, suas pesquisas traziam a junção da psicologia com a aprendizagem no contexto escolar, na qual a didática desenvolvimental oferece uma possibilidade de superação do ensino tradicional, pois seu objetivo maior é a qualidade do ensino e os procedimentos adotados pelos estudantes, do que os resultados que o ensino tradicional analisa.

Entretanto, apesar da pesquisa de Galperin ser considerada uma extensão da teoria de Vygotsky no quesito Histórico-Cultural, a mesma é mais completa, pois ele se propôs a resolver as limitações estabelecidas tanto na teoria de Vygotsky quanto na de Leontiev a Teoria da Atividade, limitações essas que estagnavam as possibilidades de realizar uma pesquisa mais ampla e objetiva, partilhando de respostas, quanto à assimilação de ferramentas culturais externas, durante o processo de desenvolvimento na formação de ações mentais e conceitos.

Partindo desses fatos, Galperin (1992) sofisticou a sua teoria seguindo a mesma linha de pensamento das citadas anteriormente, porém com mais robustez ficando conhecida como: A Teoria da Formação Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos, em que a ideia fundamental era analisar a influência que as ações mentais possuem na aprendizagem, partindo do apoio de manipulações por etapas de objetos externos, até a internalização dos conteúdos se tornando assim, uma propriedade da psique humana e, por fim, atingindo o desenvolvimento intelectual. Essa teoria de Galperin foi subdividida entre três ideias centrais nesta pesquisa:

definir um sistema de orientação; estabelecer um sistema das características da ação, e as etapas da formação dessa ação mental e dos conceitos.

O subsistema da orientação ficou conhecido como Base Orientadora da Ação (BOA), justamente por ser nessa etapa que o sujeito faz uma representação antecipada da tarefa a ser executada, isto é, a orientação funciona como base central para a estruturação do pensamento. Dessa forma, a BOA traz uma definição sistemática e estruturada da organização de cada operação, a qual assegura o controle da ação no processo dessa efetuação.

Todavia, o sistema BOA é responsável pela exibição da imagem da ação na qual o sujeito irá realizar, ou seja, ela traz tanto os procedimentos necessários para a execução, organizados de forma correta, quanto as condicionantes exigidas para ação, atingindo-se o objetivo central na resolução do problema.

Em outras palavras, de maneira clara e objetiva, os estudantes devem conhecer a estrutura da atividade antes de desenvolvê-la, partindo da boa compreensão do assunto para estabelecer estratégias de ações a serem efetuadas no decorrer da realização da atividade.

Galperin (1992) aprimorou ainda mais a sua teoria trazendo as etapas das ações mentais como algo primordial para o professor analisar no processo de ensino e aprendizagem sendo divididas entre cinco etapas, assumindo a etapa "zero", onde Talízina (1988) afirma que é a motivação, pois sem interesse provindo do estudante o processo de ensino e aprendizagem se torna mais dificultoso.

A etapa um é conhecida como a construção da Base Orientadora da Ação na qual, o professor é responsável por defini-la traçando o objetivo de ensino da atividade que deseja desempenhar com os estudantes, partindo de um diagnóstico do grau de conhecimento prévio que eles possuem para incorporar na BOA selecionada, onde o objeto de estudo escolhido pelo professor os orientará na execução, tendo o controle da ação. Assim, o estudante passa a ter uma visão geral das ações explicadas pelo professor e tenta compreender os aspectos essências para a execução da ação da atividade, seguindo é claro o plano de ensino construído pelo professor.

A etapa dois é conhecida como a formação da ação em forma material ou materializada, onde o estudante tem um auxilio externo para a realização da tarefa apoiando-se no Esquema da Base Orientadora da Ação (EBOCA)[1] mediado pelo professor, para que as execuções das ações ocorram de forma correta e caso haja erros nesse processo, o professor tem total liberdade

[1] O Esquema da Base Orientadora da Ação (EBOCA) é a atividade planejada e idealizada pelo professor que servirá de referência para os estudantes construir sua BOA. Também é utilizada para o controle do professore e autocontrole pelos estudantes.

para corrigi-los assegurando que o esquema desenvolvido por ele seja seguido. Nessa segunda etapa o estudante compartilha as ações realizadas com o professor e os demais da classe, porém ainda não é exigida a explicação de cada passo das ações tomadas.

A etapa três é conhecida como a formação da ação verbal externa, o objeto apresenta-se de forma verbal ou escrita sem auxilio externo ao estudante. Ou seja, nessa etapa o estudante já deve ser capaz de explicar as ações realizadas na execução da tarefa com total clareza e consciência das operações. O professor ainda intervém nesse processo, mas de uma forma controladora da ação, isto é, corrigindo possíveis erros, no entanto, o intuito é que essa intervenção diminua no decorrer do processo, para que a generalização teórica nos estudantes se aproxime cada vez mais do EBOCA formado pelo docente.

A etapa quatro é conhecida como a formação da linguagem externa para si, ou seja, a linguagem externa passa a ser internalizada proporcionando aos discentes uma capacidade de resolução de situações problemas com um grau de dificuldade mais elevados e ainda nunca trabalhados corretamente ou com poucos erros. Nessa etapa a intervenção do professor com relação ao controle das operações deve ocorrer casualmente. Ainda é exigida a explicação detalhada de cada ação e operação desenvolvida pelo estudante de forma consciente com o objetivo de sintetizar-se ao final dessa etapa, isto é, as ações passam a ser automatizadas na medida em que o estudante se apropria do EBOCA para si dentro dos limites de generalizações indicados por este.

A etapa cinco é conhecida como a formação da linguagem interna, o estudante internaliza o sistema de ações como esquema seguindo uma disposição lógica que varia para cada estudante. Nessa etapa o estudante passa a ser independente na execução das ações e operações e sua generalização ganha um grau máximo sintetizando assim a sua execução.

Partindo disso, Talízina (1988) ressalta que a direção da atividade de estudo é estabelecida pelo o objetivo de ensino (elaborado pelo professor); o estado de partida da atividade psíquica dos estudantes (análise da BOA dos estudantes); as tarefas para garantir as etapas do processo de assimilação; o enlace de retorno ou retroalimentação e, por fim, a correção do processo de estudo sendo estes fundamentais para a consolidação da aprendizagem.

1.3 O ENSINO PROBLEMATIZADOR POR MEIO DA ATIVIDADE DE SITUAÇÕES PROBLEMA DISCENTE

Majmutov (1983) no ensino problematizador destaca a diferenciação que há entre os conceitos de tarefa, situação problema e problema discente como características principais que exigem do professor uma intermediação ativa na qual abranja situações problemáticas na sua didática para que assim, o estudante tenha possibilidades de aprendizado.

> “O ensino problematizador é a atividade do professor que objetiva a criação de um sistema de situações problemáticas à exposição do material didático e sua explicação (total ou parcial) e o direcionamento da atividade dos discentes no que diz respeito à assimilação de conhecimentos novos, tanto na forma de conclusões já prontas, quanto através de uma abordagem independente dos problemas discente e suas soluções” (MAJMUTOV, 1983, p.266).

Segundo Majmutov (1983) na tarefa é apresentada pelo professor uma contradição objetiva para o estudante por meio de dados, incógnitas, o qual apresente algo desconhecido para agregar na aprendizagem. Por meio de conexões entre o conhecido e o desconhecido o estudante admite uma contradição objetiva que passa a ser subjetiva e, nesse momento, entra a situação problema.

Na situação problema o estudante se apropria da contradição objetiva dada pela tarefa. Partindo disso, surge uma necessidade cognitiva interna de assimilação da contradição objetiva da tarefa para apropriar-se de novos conceitos e procedimentos para a resolução (MAJMUTOV, 1983, p. 170).

Assim, o estudante ao internalizar a contradição objetiva dada pela tarefa ele precisa também externalizar por meio de linguagens ou signos e nesse momento entra o problema discente dado por meio dessa contradição que a tarefa apresenta, a qual é absorvida pelo estudante que passa a ser capaz de fazer representações em forma de signos ou linguagens, ou seja, além dele acolher a contradição objetiva ele também é capaz de expressá-la.

> Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) como a atividade de estudo tem como modelo do objeto a formação de competências na resolução de problemas discentes, na zona de desenvolvimento proximal, em um contexto de ensino aprendizagem, no qual exista uma interação entre o professor, o estudante e a tarefa com caráter problematizador; com o uso da tecnologia disponível e de outros recursos didáticos, para transitar pelas etapas de formação das ações mentais (MENDOZA; DELGADO, 2020 p. 191).

Em virtude disso, segundo Mendoza e Delgado (2020) a ASPD funciona como um sistema invariante que contempla quatro ações onde cada uma possui operações.

> A ASPD está formada pelo seguinte sistema de ações e operações. A primeira ação é “formular o problema discente” formada pelas operações: a) Determinar os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa; b) Definir os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa; e, c) Reconhecer o conhecimento buscado. (...) A segunda ação é “Construir o núcleo conceitual e procedimental” e as operações são: a) Selecionar os conceitos e procedimentos conhecidos necessários para a solução do problema discente; b) Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos; e, c) Encontrar estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos (...) A terceira ação é “Solucionar o problema discente”, está constituída pelas operações: a)

> Aplicar a(s) estratégia(s) para relacionar os procedimentos conhecidos e desconhecidos; e, b) Determinar o conhecimento buscado e/ou objetivo (...) A última ação é "Analisar a solução", está organizada pelas operações: a) Verificar se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente; b) Verificar se existem outras maneiras de resolver o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido; e, c) Verificar se solução é coerente com dados e condições do problema (MENDOZA; DELGADO, 2020, p. 191 – 192).

Partindo disso, Galperin contempla em sua teoria o Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) o qual traz três modelos de estruturação: o do objeto que aborda o que é a ação na íntegra; o da ação que segue uma estrutura de operações; e por fim o controle que regula ação (NÚÑEZ; RAMALHO, 2018, p.419). Esses modelos têm como finalidade a facilitação de aprendizados fazendo com que cada vez mais a BOA do estudante se aproxime do EBOCA planejada pelo professor, com uma intervenção pedagógica através da ASPD explorando a Zona de Desenvolvimento proximal, baseado no ensino problematizador de Majmutov.

Sendo assim, segue abaixo no Quadro 1 as ações e operações da ASPD:

Quadro 1: O modelo da ação e de controle da Atividade de Situações Problema Discente.

Modelo da Ação		Modelo de Controle
Ação	Operações	
Formular o problema discente	O1. Determinar os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa. O2. Definir os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa. O3. Reconhecer a contradição gerada da situação problema. O4. Determinar o conhecimento buscado e/ou objetivo.	C1. Determinou os elementos conhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa? C2. Definiu os elementos desconhecidos a partir dos dados e/ou condições e/ou conceitos e/ou procedimentos da tarefa? C3. Reconheceu a contradição gerada da situação problema? C4. Determinou o conhecimento buscado e/ou objetivo?
Construir o núcleo conceitual e procedimental	O5. Selecionar os possíveis conhecimentos necessários para a solução do problema discente. O6. Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos. O7. Expressar a contradição entre o conhecimento conhecido e desconhecido. O8. Encontrar estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos.	C5. Selecionou os possíveis conhecimentos necessários para a solução do problema discente? C6. Atualizou outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos? C7. Expressou a contradição entre o conhecimento conhecido e desconhecido? C8. Encontrou estratégia(s) de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos?
Solucionar o problema discente	O9. Aplicar a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos. O10. Determinar o conhecimento buscado e/ou objetivo.	C8. Aplicou a(s) estratégia(s) para relacionar os conhecimentos conhecidos e desconhecidos? C9. Determinou o conhecimento buscado e/ou objetivo?
Analisar a solução do problema discente	O11. Verificar se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente. O12. Verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido.	C10. Verificou se a solução corresponde com objetivo e as condições do problema discente? C11. Verificou se existem outras maneiras de solucionar o problema discente a partir do conhecido atualizado com o desconhecido?

	O13. Analisar a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc.	C12. Analisou a possibilidade da reformulação do problema discente por meio de modificações dos objetivos, dados, condições, estratégias, etc?

Fonte: Adaptado de Mendoza, Delgado (2020, p. 193).

Na teoria Histórico-Cultural tem conceitos que fora dela tem significados diferentes que serão esclarecidos a continuação.

> Pode-se resumir na Teoria Histórico-Cultural que os conceitos de tarefa, situação problema, problema discente (problema), atividade e Base Orientadora da Ação, fundamentadas no Materialismo Dialético e na Teoria da Atividade, são diferentes. A tarefa é apresentada ao estudante como uma contradição objetiva entre o conhecimento conhecido e desconhecido, entretanto, quando o estudante assume a contradição objetiva, esta passa a ser subjetiva e, neste momento, surge a situação problema, ou seja, seu conhecimento é insuficiente para dar resposta à tarefa proposta. O problema discente é quando o estudante determina a dificuldade que não permite solucionar a tarefa proposta. A atividade é um sistema de ações e operações dos estudantes para resolver a tarefa combinada com os seus motivos e necessidades. Base Orientadora da Ação (BOA) orientação real do estudante (subjetiva) para resolver a tarefa (WAKIYAMA; MENDOZA 2021, p. 5).

Portanto, o ensino problematizador de Majmutov (1983) destaca pontos edificantes para o processo de ensino e aprendizagem, pois nele há uma contradição objetiva que as tarefas devem contemplar em sua estrutura para que assim, por meio da ASPD conforme suas ações e operações nas resoluções de problemas, o professor possa construir uma nova BOA nos estudantes.

CAPÍTULO II: DIDÁTICA DO ENSINO PROBLEMATIZADOR

Neste capítulo será exposta a formação de competências e habilidades que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) normatiza para a construção do pensamento algébrico ao longo dos anos do Ensino Fundamental II. Diante disso, também apresentaremos as generalizações e padrões simbólicos da matemática que o pensamento algébrico exige durante todas as etapas para a consolidação do letramento matemático, segundo Walle (2009).

2.1 A FORMAÇÃO DE COMPETÊNCIAS E HABILIDADES NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na área de conhecimento de Matemática traz para a Educação Matemática no Ensino Básico competências e habilidades que devem ser construídas e exploradas ao longo de todas as etapas de ensino. Assim, o estudante deve não apenas saber os conteúdos matemáticos, mas também saber fazer e aplicar no seu cotidiano para resolução de problemas. Este documento tem um caráter normalizador que norteia os profissionais da Educação Básica a como desenvolver uma aprendizagem com significado.

Ademais, a BNCC também enfatiza a importância do desenvolvimento do letramento matemático em cada etapa do Ensino Básico, definindo assim as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p.266).

Dessa forma, de acordo com (BRASIL, 2018, p. 267) as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental são oito, sendo distribuídas a seguir no Quadro 2:

Quadro 2 – Competências Específicas de Matemática para o Ensino Fundamental.

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo-se confiante em sua capacidade de construir e aplicar definições matemáticas.
Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando

diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018).

Embora sejam vastos os conteúdos da área da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, este trabalho terá o enfoque apenas na unidade temática de Álgebra.

Ademais, Brasil (2018) comtempla algumas habilidades que devem ser trabalhadas e enriquecidas ao longo do processo de ensino e aprendizagem de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as quais são exibidas abaixo no Quadro 3.

Quadro 3 – Habilidades da BNCC no conteúdo de Álgebra.

Unidades Temáticas	**Objetos de Conhecimento**	**Habilidades**
6º ANO	Propriedades da igualdade.	(EF06MA14). Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	(EF06MA15). Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
7º ANO	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA13). Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14). Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15). Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA16). Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF07MA17). Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau.	(EF07MA18). Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
8º ANO	Valor numérico de expressões algébricas.	(EF08MA06). Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano.	(EF08MA07). Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano.	(EF08MA08). Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.	(EF08MA09). Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo ax2 = b.
	Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA10). Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11). Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA12). Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13). Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
9º ANO	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	(EF09MA06). Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes.	(EF09MA07). Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08). Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	(EF09MA09). Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: Brasil (2018).

2.2 A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO FUNDAMENTAL

O conhecimento é um processo dialético de reflexão do mundo material na consciência humana. É o movimento da ideia do desconhecimento ao conhecimento, de um conhecimento incompleto e inexato para um mais completo e mais exato. Os homens bem conhecem o mundo não por causa de sua curiosidade congênita. O conhecimento do mundo decorre da necessidade de sua mudança prática (GUÉTMANOVA, 1989, p. 8)

Assim, tem-se que todo conhecimento começa com uma contemplação viva, com sensações, percepções sensíveis. Os objetos ativam nossos sentidos e produzem sensações e percepções em nosso cérebro. O homem carece de outros meios, além dos sentidos, para perceber os sinais do mundo exterior e transmiti-los ao cérebro (GUÉTMANOVA, 1989, p. 10).

Por meio da reflexão sensorial conhecemos um fenômeno, mas não sua essência e com isso refletimos sobre alguns objetos com clareza. Conhecemos as leis do mundo, a essência dos objetos e fenômenos, através do pensamento abstrato que é a forma mais complexa de conhecimento. O pensamento abstrato ou racional reflete o mundo e seus processos de um modo mais completo e profundo do que o conhecimento sensorial. A passagem do conhecimento sensorial ao pensamento abstrato é um salto no processo cognitivo, um salto do conhecimento dos fatos ao conhecimento das leis (GUÉTMANOVA, 1989, p. 13).

As formas essenciais do pensamento teórico são conceitos, julgamentos e raciocínios. O conceito é a forma de pensamento que reflete os indícios essenciais de um objeto ou de uma classe de objetos homogêneos. O juízo é a forma de pensamento pelo qual algo é afirmado ou negado em relação a seus indícios e relações. O raciocínio é a forma de pensamento que, partindo de um ou mais juízos verdadeiros, que chamamos de premissas, chegamos a uma conclusão, segundo certas regras de inferência (GUÉTMANOVA, 1989, p.13).

O pensamento abstrato é uma forma de reflexão mediata (indireta) e generalizada da realidade. Assim, por meio das formas de cognição sensível, conhecemos imediatamente (diretamente) coisas e propriedades. O pensamento abstrato permite-nos obter conhecimento sem recorrer diretamente à experiência indicada pelos sentidos, ou seja, permite-nos conhecer o mundo de forma generalizada (GUÉTMANOVA, 1989, p. 15).

O pensamento abstrato tem a particularidade de manter uma relação indissociável com a linguagem. O pensamento é o reflexo da realidade objetiva e a linguagem é o modo de expressão, o meio de reafirmar e transmitir ideias a outros homens (GUÉTMANOVA, 1989, p.16).

A Matemática nos Anos Finais do Ensino fundamental visa formar gradativamente estudantes capazes de compreender a linguagem matemática, os conceitos dos conteúdos que nela compõem, estabelecer uma argumentação concisa e objetiva para, sobretudo, aplicá-los na resolução de problemas, onde nos permitirá acompanhar o nível de aprendizagem e de habilidades abstraída pelo discente. Entretanto, além do estudante resolver esse problema, ele deve também reelaborá-lo baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto.

Na unidade temática de Álgebra, o foco da BNCC tem sido formar um pensamento algébrico que vem desde o letramento matemático no qual as generalizações ainda são feitas com números, pois esse possibilitará uma aprendizagem mais completa quanto ao desenvolvimento de uma linguagem matemática e modelagem com letras e outros símbolos. Assim, segundo Brasil (2018):

> As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2018, p. 270).

Dessa forma, temos uma evidente necessidade de uma didática de resolução de problema para evolução de um pensamento algébrico, consolidando a aprendizagem, partindo de um ensino problematizador a exemplo que destaca Majmutov (1983).

A Álgebra deve permear todo o Ensino Fundamental, aparecendo assim nos Anos Iniciais com as ideias de regularidades (sem o uso de letras), generalização de padrões e propriedades da igualdade; e nos Anos Finais aprofundando e ampliando o que já foi estudado anteriormente, todavia será necessário que os estudantes desenvolvam habilidades de compreensão entre os diferentes significados de variáveis numéricas em uma expressão e que sejam capazes de estabelecer conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.

Partindo disso, Brasil (2018, p. 271) destaca que os procedimentos nas resoluções de equações e inequações devem ser explorados com o auxílio do plano cartesiano para validar a capacidade do discente de representar e resolver determinados tipos de problema. Ainda nos Anos Finais será necessário associar o pensamento computacional (onde nos permite resolver problemas por meio de estratégias traçadas com o uso de tecnologias) com algoritmos e seus fluxogramas com a linguagem algébrica, por terem conceitos parecidos quanto a variáveis.

2.3. PENSAMENTO ALGÉBRICO: GENERALIZAÇÕES.

O raciocínio algébrico faz parte de todos os assuntos da Matemática os quais, exigem generalizações, padrões e funções. Dessa forma, esse pensamento almeja formalizar o conhecimento matemático partindo de generalizações com números e operações formando assim, padrões com sistemas de símbolos e leis que devem ser respeitadas ao longo de toda a manipulação algébrica, onde permite a associação de membros de conjuntos numéricos distintos.

Segundo Kaput citado por Walle (2009, p. 288) o pensamento algébrico é descrito em cinco formas diferentes:

1. Generalização da aritmética e de padrões em toda a Matemática.
2. Uso significativo de simbolismo.
3. Estudo da estrutura no sistema de numeração.
4. Estudo de padrões e funções.
5. Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores.

As generalizações da aritmética envolvendo operações começam desde o Ensino Fundamental dos Anos Iniciais até o Ensino Médio. Assim, por mais que a Álgebra seja um ramo da Matemática independente na BNCC, essa permeia todos os outros raciocínios matemáticos, ou seja, números, geometria, estatística e probabilidades e grandezas e medidas. Logo, tem-se que a construção do pensamento algébrico está totalmente interligada as modelagens matemáticas que as unidades temáticas exigem, a fim de que, as realizações das generalizações que essas exigem façam o uso significativo do simbolismo.

Segundo Walle (2009, p. 288) ao utilizar números e operações um dos símbolos matemáticos mais importantes é o sinal de igualdade, pois através da compreensão do estudante pode-se avançar para as possíveis relações dos sistemas numéricos. Isto é, quando estabelecemos um exemplo como, $7 \times 5 = 6 \times 5 + 5$ espera-se que os estudantes situem ideias básicas da aritmética elementar para resolver este problema aritmético, tal como, simplesmente expressar um número partindo de soma $7 = 1 + 6$ e em seguida aplicar a propriedade distributiva que permite fazer as multiplicações separadamente em cada uma das partes: $(1 + 6) \times 5 = (1 \times 5) + (6 \times 5)$, e, por fim, as propriedades numéricas adicionais transformam essa expressão em $6 \times 5 + 5$.

Assim, é notório que quando a generalização passa a ser representada por símbolos, torna-se uma ferramenta poderosa para resolver quaisquer problemas numéricos de um modo mais abrangente. Por isso, é extremamente necessário que o discente entenda o significado do símbolo de igualdade, para que quando forem manusear expressões algébricas não apresentem dificuldades com relação à equivalência em ambos os lados.

Para Walle (2009) a utilização de sentenças de verdadeiro ou falso nas equações como estratégia introdutória para proporcionar aos estudantes a compreensão do real significado do sinal de igualdade se faz necessário. Partindo de exemplos simples tais como: $4 = 1+3$ (Verdadeiro); $6 + 2 = 9$ (Falso); $10 = 13 – 2$ (Falso), para que o estudante passe a construir a ideia de equivalência com o sinal de igualdade, até exemplos que apresentem equações menos tradicionais, como por exemplo: $4 + 3 = 5 + 2$ (Verdadeiro); $8 – 3 = 9 – 5$ (Falso). Assim, essa construção do conhecimento partindo daquilo que o estudante conhece possibilita-o potencializá-lo para internalizar que o sinal de igualdade sempre trará consigo o significado de "é o mesmo que" (WALLE, 2009, p. 289). Após essa internalização, podem-se explorar também sentenças abertas às quais exigirá do estudante descobrir um valor desconhecido, por exemplo, $5 + \blacksquare = 8$; $9 - \blacksquare = 6 – 2$; $7 + 3 = \blacksquare$. Diante disso, é importante destacar as diversas possibilidades de resolver essas expressões, no entanto, faz-se necessário apresentar o pensamento relacional o qual, estabelecerá a utilização de relações numéricas em ambos os lados da igualdade em vez de focar no cálculo das quantidades. Isso consolidará ainda mais a ideia de equivalência do sinal de igualdade na internalização da aprendizagem dessas generalizações. Seguindo esse raciocínio, devem-se propor desafios envolvendo números maiores e operação de multiplicação, tais como: $144 - \blacksquare = 109$; $23 \times 30 = 46 \times 15$; $5 \times 48 = \blacksquare \times 8$.

Em virtude das atividades e exemplos desenvolvidos, para avaliar melhor a assimilação dos estudantes diante do significado do símbolo de igualdade é imprescindível à realização de uma tarefa na qual, deve consistir na construção de sentenças verdadeiras ou falsas e abertas feitas pelos estudantes, onde o pensamento relacional na resolução apresente-se como uma ocorrência, em vez de cálculos diretos, pois só assim conseguiremos avançar na construção de um pensamento algébrico.

Segundo Walle (2009) as generalizações nas equações são dadas nas expressões que envolvam variáveis, pois através delas os estudantes são desafiados a trabalhar sem pensar em números específicos para assumir o valor da incógnita que regularmente é expresso por letras que buscam valores desconhecidos simples ou da variável que são expressas como quantidades que variam. Assim, esse desafio é chamado de manipulação de formalismos opacos, onde as incógnitas ou variáveis que são representações simbólicas bastam para a manipulação das expressões sem procurar valores numéricos que possam assumir.

Outra sugestão de Walle (2009) é o uso de letras como valores desconhecidos simples ser introduzido ao conhecimento do estudante como substituição da caixinha aberta utilizadas nos exemplos anteriores em manipulações de sentenças abertas "$\blacksquare$", isto é, o professor deve estimular o estudante a encontrar o valor verdadeiro para a expressão dada, e isso primeiramente necessita ser ensinado usando o valor posicional já trabalhado anteriormente e conhecido pelos estudantes, para que somente depois os estudantes possam criar técnicas específicas para resolver as equações. Seguindo esse pensamento, o docente apresentará um exemplo como: $\blacksquare + \blacksquare + 9 = \blacksquare + 19$, e mostrará a substituição da caixa por alguma letra ($n + n + 9 = n + 19$), ou seja, é feito uma conversão de símbolos para letras e, com isso, é analisado junto ao estudante, o uso de símbolos ou letras iguais na mesma equação representar o mesmo valor numérico para ambos.

Em seguida, Walle (2009) destaca que devem-se apresentar as letras como quantidades que variam mostrando que sempre que existirem letras ou variáveis diferentes em uma equação consequentemente seus valores também serão distintos. Uma estratégia é o professor utilizar sentenças abertas para iniciar a construção desse pensamento de variação no conhecimento do estudante e, em seguida, avançar com uma introdução de situação problema, o qual o estudante terá que construir tabelas para resolver a atividade. Assim, uma sugestão de exemplo para iniciar seria uma equação com duas variáveis diferentes, tal como: $a + 5 = 9 - b$ (nesse tipo de exemplo é importante já aplicar o uso das tabelas para facilitar a visualização dos discentes junto à variação de cada incógnita da equação). Ademais, outro exemplo para consolidar ainda mais esse conhecimento e que explore também a construção de tabelas para a resolução e visualização das variações seria uma situação problema, o qual Walle (2009) destaca em seu livro "Matemática no Ensino Fundamental – Formação de Professores e Aplicações em sala de aula, 6ª Edição":

> Sete macacos querem brincar de subir em duas árvores, uma grande e uma pequena. Mostre todos os modos diferentes em que os sete macacos podem subir para brincar nas duas árvores. (WALLE, 2009, p. 291).

Portanto, é notório que a relação entre o uso de letras em valores desconhecidos simples e as diversas variáveis existentes em uma equação com valores distintos é claro, trazem consigo a generalização em toda a sua totalidade; e isso agrega ainda mais na construção do pensamento algébrico que buscamos formar ao longo do Ensino Fundamental II.

A resolução de equações ou desigualdades pode ser iniciada partindo da ideia de equilíbrio com uma balança contendo dois pratos simples, no qual as duas partes da igualdade deve ter o mesmo valor para balança não ficar desequilibrada. Diante disso, o recomendável seria iniciar com exemplos de expressões numéricas e, em seguida, introduzir as expressões algébricas, com o uso de letras. Assim, é imprescindível que o estudante saiba corretamente o conceito do sinal de igualdade para formalizar esse conhecimento produzido na construção de um pensamento algébrico.

Para Walle (2009) entender o sistema numérico e conjecturas é de suma importância para o estudante aprender estratégias fundamentais para a resolução de cálculos, incluindo posteriormente a resolução de expressões algébricas. Além disso, o uso da propriedade comutativa ou de ordem para adição e multiplicação, minimiza as chances de memorização, pois já foram aplicadas mesmo que intuitivamente na resolução de sentenças abertas, o que exige um pensamento relacional em ambos os lados da igualdade. Contudo, pode-se também fazer o uso de exemplos, os quais exijam dos discentes apenas a examinação de estruturas e propriedades do sistema numérico e que as expressem de forma generalizada sem necessitar de valor numérico específico tal como, 296 + 103 = N + 296. Nesse exemplo, em sua resolução o estudante deve avaliar que N = 103, pois 296 + 103 resultam no mesmo que 103 + 296. Partindo disso, observa-se que ao trazer a propriedade comutativa na integra como “a + b = b + a” e verificar que isso se aplica a todos os números, enriquece o entendimento dos estudantes sobre o sistema numérico e, consequentemente, auxilia-os a alcançar um nível elevado de abstração que o pensamento algébrico exige.

Diante disso, exemplos com sentenças numéricas verdadeiras ou falsas e abertas propiciaram a validação da propriedade comutativa no entendimento dos estudantes, envolvendo dois números diferentes como: 23 x 3 = 3 x 23, 97 + 25 = 25 + 97, e a propriedade associativa quando envolver três números na mesma expressão tanto adicionando quanto multiplicando. Todavia, vale ainda ressaltar que a propriedade distributiva é fundamental para multiplicar números de dois algarismos. Dessa forma, é permitido aos estudantes o desenvolvimento de conjecturas e suas verificações de maneira simplificada nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Na sequência são destacadas as propriedades do sistema numérico, partindo de Walle (2009):

Adição e Subtração

- a + 0 = a. Quando você adiciona zero a um número, obtém o mesmo número com que começou.
- a – 0 = a. Quando você subtrai zero de um número, obtém o mesmo número com que começou.
- a – a = 0. Quando você subtrai um número dele mesmo, obtém zero.
- a + b = b + a. Você pode adicionar números em uma ordem e então mudar a ordem obtendo o mesmo resultado.

Multiplicação e Divisão

- a × 1 = a. Quando você multiplica um número por 1, obtém o mesmo número com que você começou.
- a ÷ 1 = a. Quando você divide um número por 1, obtém o número que com que começou.
- a ÷ a = 1, a ≠ 0. Quando você divide um número que não é zero por si mesmo, obtém 1.
- a × 0 = 0. Quando você multiplica um número por zero, obtém zero.
- 0 ÷ a = 0, a ≠ 0. Quando você divide zero por qualquer número exceto zero, obtém zero.
- a × b = b × a. Quando você multiplica dois números, pode fazer isso em qualquer ordem e obter o mesmo número.

Conjecturas derivadas de propriedades básicas

- a + b – b = a. Quando você adicionar um número a outro número e então subtrair o número que adicionou, obterá o número com que começou.
- a × b ÷ b = a, b ≠ 0. Quando você multiplicar um número por outro número que não é zero e então dividir pelo mesmo número, obtém o mesmo número com que começou. (WALLE, 2009, p.295).

Logo, observamos que para o desenvolvimento de um pensamento algébrico ao longo do Ensino Fundamental II, é necessário primeiramente que o estudante reconheça o real significado do símbolo de igualdade para assim, poder construir relações verdadeiras em ambos os membros do sinal, tendo como base o equilíbrio de uma balança, pois somente através de um pensamento relacional associado aos símbolos matemáticos é possível consolidar a aprendizagem do raciocínio algébrico.

CAPITULO III: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é qualitativa com enfoque teórico e foi dividida entre quatro momentos, tais como: no primeiro momento foram realizadas análises bibliográficas da Teoria Histórico-Cultural da Atividade na perspectiva de Galperin e Talízina para o processo de ensino e aprendizagem com um enfoque de ensino problematizador de Majmutov; o segundo foi centralizado em um diagnóstico na BNCC (BRASIL, 2018) seguindo, a temática de Álgebra para o desenvolvimento do letramento matemático; o terceiro foi feita uma pesquisa no livro de Walle (2009) acerca das generalizações necessárias para a construção do pensamento algébrico no ensino fundamental; e o quarto momento foi destinado à construção de um sistema de tarefas vinculadas a Teoria Histórico-Cultural baseada na ASPD proposto por Mendoza e Delgado (2020).

A Teoria Histórico-Cultural foi utilizada para definirmos o processo de ensino e aprendizagem, uma vez que essa só ocorre com influencia do meio externo para o interno do indivíduo, a qual Vygotsky (1989) destaca como uma linguagem intrapsíquica. Assim, nela foram levadas em consideração as Zonas de Desenvolvimentos como aspectos extremamentes importantes para explicar como o processo de ensino e aprendizagem pode ocorrer dentro de sala de aula, isto é, a Zona de Desenvolvimento Real refere-se ao conhecido que o estudante já tem internalizado e que é capaz de resolver sozinho, a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que faz parte da intermediação do professor no processo de ensino, e por fim a Zona de Desenvolvimento Potencial que é caracterizada por atingir a internalização da aprendizagem intermediada pelo professor.

Ademais, foi utilizada a Teoria da Atividade de Leontiev (2004) onde traçamos os elementos principais para elaboração de uma atividade contendo características intencionais e operacionais com a compreensão da distinção entre os elementos: motivo, objetivo, ação e operações, os quais são fundamentais ao decorrer do processo de ensino dos estudantes. Em seguida, foram destacadas as contribuições de Galperin (1992) com a teoria da Formação Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos onde nos auxilia na organização das ações planejadas pelos discentes até atingir o objetivo central no ensino, isto é, a aprendizagem. Sendo assim, uma formação direcionada pela atividade de estudo de Talízina (1988) na qual possui como caráter metodológico táticas de mediação entre os assuntos matemáticos para que os estudantes consigam assimilá-los com êxito.

Partindo disso, seguimos com o aporte do ensino problematizador de Majmutov (1983), como um recurso metodológico auxiliador para desenvolver estratégias didáticas focadas em situações problemas relacionando aos sistemas da BOA dando aos estudantes possibilidades de organização de suas ações na resolução de atividades com o enfoque problematizador. Com isso, foi também, promulgada a construção do EBOCA para que objetivos de ensino e aprendizagem sejam atingidos ao longo da aplicação dos conteúdos de Álgebra.

Com base em Mendoza e Delgado (2020) as propostas didáticas foram constituídas com um enfoque problematizador visando às táticas de resoluções de situações problemas conforme a ASPD promulga, isto é, fazendo com que o docente e o discente formulem o problema, construam o núcleo conceitual para que assim, possam solucioná-los e analisá-los passo a passo das resoluções.

No segundo momento, foram realizadas análises na BNCC (BRASIL, 2018) com o foco na temática Álgebra, onde abordamos tanto como se comporta a construção do raciocínio algébrico no Ensino Fundamental II com os assuntos que se relacionam de forma direta ou indireta, visando o letramento matemático; quanto às competências e habilidades que devem ser exploradas ao longo de cada etapa do Ensino Básico, ou seja, o estudante tem que compreender o conteúdo matemático e aplicá-lo no seu cotidiano.

No terceiro momento seguindo as orientações da BNCC, foram delineadas estratégias de construção de um pensamento algébrico no 7º ano do Ensino Fundamental II, segundo o livro de Walle (2009) aborda: as generalizações aritméticas de padrões com o uso dos símbolos da matemática por meio do significado do sinal de igualdade onde envolve o pensamento relacional como princípio primordial para internalizar esse significado e fazer a distinção destes; e por fim a introdução do estudo da estrutura no sistema de numeração dada pelas conjecturas das quatro operações da matemática.

O quarto momento, foi destinado à construção do sistema de tarefas levando em consideração os seis princípios de organização que Mendoza e Delgado (2021) destaca, ou seja, a ASPD como objeto da direção do processo ensino e aprendizagem; o diagnóstico da ASPD; a seleção do sistema de tarefas com caráter problematizador segundo Majmutov (1983); organização da sequência didática segundo Galperin - Talízina a partir da Resolução de problemas como metodologia de ensino, e por fim o controle do processo de assimilação por ações e operações da ASPD e correção.

Portanto, as propostas didáticas da pesquisa foram desenvolvidas respeitando a Teoria Histórico-Cultural, o ensino problematizador respaldados pela BNCC visando competências e habilidades para a aplicabilidade no cotidiano do estudante e assim conduzi-los a uma aprendizagem com significado.

CAPITULO IV: PROPOSTA DIDÁTICA

Neste capítulo elaboraremos uma sequência de tarefas vinculadas à ASPD em suas resoluções para fundamentar uma base sólida e edificada para a consolidação do pensamento algébrico, seguindo cada passo que Walle (2009) nos sugere. Assim, apresentaremos quatro classificações dos problemas discentes que nos permitirá organizar o processo de ensino e aprendizagem entrelaçando o pensamento relacional com o raciocínio algébrico, seguindo quatro ações lógicas para a resolução dos problemas definidas pela ASPD, o qual possibilitará ao estudante fazer a formulação do problema, construir o núcleo conceitual para assim solucioná-lo e analisar cada passo de sua resolução.

4.1 PRINCÍPIOS DIDÁTICOS

Mendoza e Delgado propões seis princípios para organizar uma sequência didática

> Portanto, o Sistema Galperin - Talízina – Majmutov permite organizar o processo de ensino e aprendizagem na resolução de problemas como uma metodologia de ensino, seguindo os princípios didáticos: a) a Atividade de Situações Problema Discente como objeto da direção do processo ensino e aprendizagem; b) o diagnóstico da Atividade de Situações Problema Discente; c) a seleção do sistema de tarefas com caráter problematizador segundo Majmutov; d) organização da sequência didática segundo Galperin - Talízina a partir da Resolução de problemas como metodologia de ensino, e e) o controle do processo de assimilação por ações e operações da Atividade de Situações Problema Discente e correção, se necessário (MENDOZA; DELGADO, 2021, p. 8)

Majmutov (1983, p. 195) sugere quatro regras lógicas – psicológicas para a formulação do problema discente "1) separação do conhecido e desconhecido; 2) localização do desconhecido; 3) determinação das condições possíveis para a solução independente do problema e 4) a existência de indeterminação no problema".

O professor deve recordar, antes de o estudante formular o problema discente, os conhecimentos prévios vinculados com a tarefa, caso contrário, não se compreenderá e não será aceito pelos estudantes. Quando o professor coloca uma tarefa nova deve considerar se os algoritmos de soluções resolvidas anteriormente pelos estudantes podem ser utilizados. O estudante aprender a separar o conhecimento conhecido e desconhecido é importante para encontrar uma estratégia de solução do problema discente, ou seja, encontrar uma conexão entre o conhecimento conhecido e desconhecido, que pode ser por vias algorítmicas ou heurísticas.

A construção das tarefas sugere os seguintes fundamentos didáticos: a tarefa deve se transformar na força motriz do pensamento quando aparece para o estudante como contradição entre o conhecido e o desconhecido; chamamos problema discente à tarefa que cria a contradição lógica e psicológica no processo de assimilação; a função do professor é encontrar a tarefa que possa converter-se em problema discente apoiando nos objetivos de ensino e o problema discente deve orientar na direção da solução e a formar capacidades cognoscitivas, interesses e motivos para assimilar novos conhecimentos.

Portanto, os requisitos para o problema discente são: relacionar-se com o conteúdo de estudo; deve ser adequado ao nível de ensino; expressar a contradição entre o conhecido e o desconhecido nas informações; dirigir a busca do conhecimento novo e as vias de solução. (conhecido deve relacionar-se com o desconhecido) e a formulação deve conter palavras relacionadas com o conhecido e o desconhecido.

Para a resolução de equações por meio do pensamento algébrico / relacional serão construídos os seguintes problemas discentes que servirão de gerador sistema de tarefas.

Problema Discente nº1: A partir de sentenças matemáticas formadas pelas quatro operações numéricas determinar se são verdadeiras ou falsas por meio do significado de igualdade.

Problema Discente nº2: Encontrar a solução de uma equação utilizando sentenças abertas com a finalidade de converter em verdadeiras por meio do significado de igualdade.

Problema Discente nº3: Encontrar a solução de uma equação introduzindo letras como valor desconhecido utilizando sentenças abertas com a finalidade de converter em verdadeiras por meio do significado de igualdade.

Problema Discente nº4: Construir as propriedades do sistema numérico utilizando sentenças numéricas por meio das conjeturas e do significado de igualdade.

Para construção do sistema de tarefa será utilizado os seguintes elementos: texto da tarefa; objetivo da tarefa; o conhecido; o desconhecido; problema discente; estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido; ações e operações de ASPD e outras informações contextualizadas.

4.2 SISTEMA DE TAREFAS

Os sistemas de tarefas terá um enfoque problematizador seguindo a teoria de Majmutov, isto é, haverá uma contradição entre o conhecido e o desconhecido ao estudante onde possibilitará a construção de um pensamento algébrico unificado com a ideia de pensamento relacional trazendo o significado de igualdade em cada passo de construção. A seguir destacaremos quatro tarefas baseadas nos problemas discentes citados anteriormente.

No Quadro 4 a tarefa está vinculada ao problema nº1 com a abordagem de sentenças verdadeiras ou falsas sem contexto, onde tem como finalidade explorar dos discentes o significado conciso e consistente do sinal de igualdade.

Quadro 4: Tarefas de sentenças verdadeiras ou falsas sem contexto.

Itens	Descrição
Texto da tarefa	Determine quais sentenças são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta a) 3+4=7 b) 7=9-1 c) 5+3 = 7+1 d) 14-8 = 20-17
Objetivo da tarefa	Interpretar o signo de igualdade por meio de sentenças com operações de adição e subtração.
O Conhecido	As operações de soma e subtração.
O Desconhecido	Determinar se a sentenças são verdadeiras ou falsas por meio do significado de igualdade.
Problema Discente nº1	A partir das operações de soma e subtração determinar se as sentenças são verdadeiras ou falsas por meio significado de igualdade.
Estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido	Realizar as operações em ambos os lados da igualdade e comparar.
Ações da ASPD	As ações de construção do problema discente e do núcleo conceitual e procedimental serão elaboradas junto com os estudantes. As ações relacionadas à solução e à análise do problema discente serão realizadas pelos estudantes independentemente.
Outras informações contextualizadas	Sugere colocar tarefas com multiplicação e divisão combinação das quatro operações.

Fonte: Elaborado pela Autora.

Para a resolução dessa tarefa primeiramente será necessário à formulação do problema discente pelos estudantes, onde consolidará ainda mais a manipulação das operações de adição e de subtração o qual já deve fazer parte da zona de desenvolvimento real do estudante, isto é, esses elementos devem ser conhecidos por eles de anos anteriores. Em contrapartida, destacar os elementos desconhecidos que são dados por determinar se as sentenças são verdadeiras ou falsas por meio do significado de igualdade para que assim os estudantes possam reconhecer a contradição gerada pelo problema e enfim reconhecer qual é o conhecimento buscado.

O segundo passo, para a resolução é baseado em construir o núcleo conceitual e procedimental, visando estratégias de conexões entre os conceitos de adição e subtração e os procedimentos aplicados na resolução dessas duas operações para que assim possamos determinar quais sentenças são verdadeiras ou falsas na tarefa, expressas pelo modelo matemático já dado em cada alternativa da tarefa. Diante isso, temos as seguintes sentenças escolhidas para essa resolução: 5+3 = 7+1, 14-8 = 20-17.

O terceiro passo consiste em aplicar as estratégias traçadas no segundo passo relacionando com os dados conhecidos e desconhecidos que a tarefa destaca, ou seja, teremos que: $5+3 = 7+1 \rightarrow 8 = 8$ essa sentença é verdadeira; já a sentença $14-8 = 20-17 \rightarrow 6 \neq 3$ é falsa.

No quarto e último passo dessa modelagem, é feito uma análise das soluções encontradas o qual verificará se é correspondente com o objetivo e as condições apresentados no problema discente. Partindo disso, analisando as soluções temos que a primeira sentença resolvida é verdadeira, pois os valores encontrados de ambos os lados da igualdade são iguais e isso completa o significado do signo de igualdade. Já a segunda sentença é falsa, pois os resultados de ambos os lados da igualdade são diferentes.

Em virtude da resolução, faz-se necessário que o estudante seja motivado a verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente partindo no conhecido agora atualizado pelo desconhecido.

No Quadro 5 a tarefa está pautada no problema nº2 com a abordagem de sentenças abertas contextualizada, que tem como finalidade explorar dos discentes o significado do sinal de igualdade de forma que a sentença seja verdadeira.

Quadro 5: Tarefa com enfoque problematizador de sentença aberta com contexto.

Itens	Descrição
Texto da tarefa	Mariana fez o seguinte questionamento para uma amiga: Pensei num número que somado com 30 resulta em 55. Em qual número Mariana pensou?
Objetivo da tarefa	Interpretar o signo de igualdade por meio de sentenças abertas com operações de adição.
O Conhecido	Operação de soma.
O Desconhecido	Determinar o número que Mariana pensou.
Problema Discente nº2	Encontrar a solução de uma equação utilizando sentenças abertas com a finalidade de convertê-la para verdadeira por meio do significado de igualdade.
Estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido	Realizar a operação de adição com número já dado por Mariana e verificar se o resultado é igual o desejado.
Operações de controle da ASPD	As ações de construção do problema discente e do núcleo conceitual e procedimental serão elaboradas junto com os estudantes. As ações relacionadas à solução e à análise do problema discente serão realizadas pelos estudantes independentemente.
Outras informações contextualizadas	Sugere colocar tarefas com subtração, multiplicação e divisão combinação das quatro operações.

Fonte: Elaborado pela Autora.

Os estudantes iniciam a resolução dessa tarefa formulando o problema discente, onde exigirá o conhecimento conhecido a cerca da manipulação da operação de adição o qual já deve fazer parte de sua da zona de desenvolvimento real. Em seguida, destacam-se os elementos desconhecidos que são dados pela determinação do número que Mariana pensou para que assim os estudantes possam reconhecer a contradição gerada pelo problema e enfim reconhecer qual é o conhecimento almejado.

O segundo passo, para a resolução consiste em construir o núcleo conceitual e procedimental, visando estratégias de conexões entre os conceitos de sentenças abertas e de adição e os procedimentos aplicados na resolução de sentenças abertas aplicando a operação de adição como pivô nesses artifícios para que assim possamos determinar qual número Mariana pensou e assim afirmar a veracidade da sentença aberta expressa pelo modelo matemático construído. Dessa forma, temos o seguinte modelo para a resolução dessa tarefa: [ ]+30 = 55.

O terceiro passo busca a aplicabilidade das estratégias balizadas no passo anterior relacionadas com os conhecimentos conhecidos e desconhecidos já formulados pelo estudante, ou seja, teremos como resolução da sentença aberta: [ ]+30 = 55 → [25]+30 = 55.

No quarto e último passo dessa modelagem é realizada uma análise das soluções encontradas o qual verificará se é correspondente com o objetivo e as condições apresentados no problema discente. Assim, analisando a solução da sentença aberta temos como conclusão da resolução do problema discente que o número natural que Mariana pensou foi 25, pois 25 somado com 30 resultam no número 55. Logo, a sentença aberta só poderá ser substituída por 25.

Portanto, depois de toda resolução do problema discente é importante que o estudante seja motivado a verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente partindo no conhecido agora atualizado pelo desconhecido.

A seguir, sugestões de atividades contextualizadas para explorar o conhecimento de sentenças abertas envolvidas com o pensamento relacional:

- Pense num número que subtraindo 17 o resultado é igual a 80. Qual é esse número?

  Para a resolução dessa atividade teremos que o único número que poderá substituir essa sentença aberta é 97, pois 97-17=80.
- Juliane tem o dobro da idade de sua irmã mais nova. Sabendo que a idade das duas somadas resulta em 45 anos, quantos anos a irmã mais nova de Juliane têm?

  Para a resolução dessa atividade teremos que o único número que poderá substituir essa sentença aberta é 15, pois 2[15]+15 = 45.

  Outras sugestões de atividades não contextualizadas são:
- Determine o valor que pode ser colocado nas sentenças abertas abaixo de modo que continuem verdadeiras.

  a) 6 – [ ] = 2

  <u>1ª forma:</u> 6 – 4 = 2, então 4 é a solução.

  <u>2ª forma:</u> 6 – [ ] = 2 ; 6 – [ ] = 6 – 4 então [ ] = 4, logo a solução é 4.

  b) 7 – [ ] = 6 – 4

  <u>1ª forma:</u> Como 6 – 4 = 2; 7 – [ ] = 2 pode-se resolver utilizando a estratégia do inciso; 5 é solução.

  <u>2ª forma:</u> 7 – [ ] = 6 – 4 ; 7 – 1 – [ ] = 6 – 4 – 1; 6 – [ ] = 6 – 5 ; [ ] = 5; assim 5 é a solução.

c) 534 + 175 = 174 + [ ],

1ª forma: 534 + 175 = 709; 709 – 174 = 535 então a solução é 535

2ª forma: Como 175 = 174 -1; 534 + 174 +1 = 174 + [534 + 1] então a solução é 535. Observa-se que esta forma parece ser mais fácil para números grandes.

d) 25:[ ] = 5

1ª forma: 25:5 = 5, então 5 é a solução.

2ª forma: 5×[5] = 25 então [ ] = 5, logo a solução é 5.

No Quadro 6 a tarefa está relacionada ao problema nº3 com a abordagem de letras como valor desconhecido, o que denotamos por incógnitas partindo de conversões de sentenças abertas em verdadeiras, como a finalidade de explorar dos discentes o conhecimento sobre incógnita.

Quadro 6: Tarefa com enfoque problematizador em equação do 1º grau.

Itens	Descrição
Texto da tarefa	Mirtes tinha uma quantia no banco. Na segunda-feira retirou 135 reais e na terça-feira fez um deposito de 87 reais. Com isso ficou com saldo de 344 reais. Quanto ela tinha no início? (DANTE, 2010, p. 70)
Objetivo da tarefa	Introduzindo letras como valor desconhecido por meio da conversão de sentenças abertas em verdadeiras.
O Conhecido	Operação de adição e subtração.
O Desconhecido	Determinar a quantia que Mirtes tinha no inicio no banco.
Problema Discente nº3	Encontrar a solução de uma equação utilizando letras como valores desconhecidos com a finalidade de converter a sentença aberta em verdadeira por meio do significado de igualdade.
Estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido	Realizar a operação de adição e subtração com as quantias retiradas e depositadas visando o saldo que Mirtes ficou em sua conta.
Operações de controle da ASPD	As ações de construção do problema discente e do núcleo conceitual e procedimental serão elaboradas junto com os estudantes. As ações relacionadas à solução e à análise do problema discente serão realizadas pelos estudantes independentemente.
Outras informações contextualizadas	Sugere colocar tarefas com multiplicação e divisão combinação das quatro operações.

Fonte: Elaborado pela Autora.

A resolução dessa tarefa inicia-se com a formulação do problema pelo estudante, onde serão destacados os conhecimentos conhecidos a cerca da manipulação da operação de adição e subtração e de 135 reais retirado, 87 reais adicionado a conta de Mirtes e o saldo final da conta de 344. Partindo disso, destacam-se os elementos desconhecidos que são apresentados pela determinação da quantia que Mirtes tinha em sua conta bancária para que assim os estudantes possam reconhecer a contradição gerada pelo problema e, enfim, reconhecer qual é o conhecimento almejado.

O segundo passo, para a resolução relaciona-se com a construção do núcleo conceitual e procedimental, visando estratégias de conexões entre os conceitos de adição, subtração e incógnitas e os procedimentos aplicados na busca do valor desconhecido, aplicando a operação de adição e subtração como agente principal nesses artifícios para que assim possamos determinar qual a quantia que Mirtes tinha em sua conta bancária e assim afirmar a veracidade da substituição da sentença aberta para incógnitas expressa pelo modelo matemático construído. Logo, temos o seguinte modelo para a resolução dessa tarefa: [ ] – 135 + 87 = 344.

O terceiro passo consiste na aplicabilidade das estratégias balizadas no passo anterior relacionada aos conhecimentos conhecidos e desconhecidos já formulados pelo estudante, ou seja, teremos como resolução da sentença aberta:

$$[\ ] - 135 + 87 = 344$$

$$[\ ] - 135 + 135 + 87 - 87 = 344 + 135 - 87$$

$$[\ ] = 344 + 135 - 87$$

$$[\ ] = 392$$

No quarto e último passo dessa modelagem é realizada uma análise das soluções encontradas o qual será verificado se é correspondente com o objetivo e as condições apresentados no problema discente. Portanto, considerando a solução da sentença aberta temos como conclusão da resolução do problema discente que o valor inicial que Mirtes tinha em sua conta era de 392. Assim, para que a sentença seja verdadeira ela só poderá ser substituída por 392.

Portanto, depois de toda resolução do problema discente faz-se imprescindível que o estudante seja motivado a verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente, partindo no conhecido agora atualizado pelo desconhecido. Ou seja, nesse momento pode-se introduzir o assunto de incógnitas na substituição das sentenças abertas, assim a solução será a seguinte:

$$x - 135 + 87 = 344$$

$$x - 135 + 135 + 87 - 87 = 344 + 135 - 87$$

$$x = 344 + 135 - 87$$

$$x = 392$$

Dessa forma, o valor da nossa incógnita "x" que representa o valor inicial do saldo da conta bancária de Mirtes é 392.

A seguir, sugestões de atividades contextualizadas para explorar o conhecimento de sentenças abertas substituídas por incógnitas:

- Um fazendeiro possui uma criação de porcos e galinha. Sabendo que a quantidade de galinha é o triplo da quantidade de porcos e que os dois somados é igual a 144. Determine a quantidade de porcos e galinhas que o fazendeiro possui em sua fazenda.

  Para a resolução dessa questão temos a interpretação em sentenças abertas como: 3[ ]+[ ] = 144, e como equação: $3x + x = 144$, as quais terão como resultado 36 porcos e 108 galinhas.

- Sete macacos querem brincar de subir em duas árvores, uma grande e uma pequena. Quantos modos diferentes os sete macacos podem subir para brincar nas duas árvores? Expresse uma sentença numérica de todos os modos diferentes em que os sete macacos podem subir para brincar nas duas árvores?(WALLE, 2009, p. 291).

  Para a resolução dessa questão temos a interpretação em sentenças abertas como: [ ]+[ ] = 7, e como equação: $a + b = 7$, isto é: 0+7=7; 1+6=7; 2+5=7; 3+4=7.

No Quadro 7 a tarefa está catalogada ao problema nº4 com o intuito de construir as propriedades do sistema numérico, de forma generalizada, utilizando sentenças numéricas por meio de conjecturas relacionadas ao significado do símbolo de igualdade, tendo em vista ampliar o conhecimento aritmético com as operações de adição e subtração.

Quadro 7: Tarefa com conjecturas de adição e subtração.

Itens	Descrição
Texto das tarefas	a)Some a um numero o valor zero. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta. b) subtraia um número dele mesmo. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta. c) Some dois números e posteriormente inverta a ordem do somando e compare os resultados. A que conclusão você pode chegar? Escreva o fato anterior uma sentença numérica?
Objetivo da tarefa	Introduzir o pensamento aritmético generalizado na construção e resolução de conjecturas.
O Conhecido	Operação de adição e subtração.
O Desconhecido	Determinar uma sentença numérica que satisfaça os testes com números.
Problema Discente nº4	Encontrar uma solução de uma sentença numérica generalizada utilizando letras para determinar os valores desconhecidos dos números com a finalidade de converter a sentença aberta em verdadeira por meio do significado de igualdade.
Estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido	Realizar a operação de adição e subtração com as sentenças numéricas de modo que seja verdadeira a afirmativa da questão.
Operações de controle da ASPD	As ações de construção do problema discente e do núcleo conceitual e procedimental serão elaboradas junto com os estudantes.

	As ações relacionadas à solução e à análise do problema discente serão realizadas pelos estudantes independentemente.
Outras informações contextualizadas	Sugere colocar tarefas que explorem a construção de conjecturas com as operações de adição e subtração.

Fonte: Elaborado pela Autora.

Para a resolução da alternativa “a” da tarefa, primeiramente é sugerido aos estudantes formular o problema discente, onde eles podem destacar os seus conhecimentos conhecidos acerca do domínio da aplicabilidade da operação de adição, o qual já deve fazer parte de sua da zona de desenvolvimento real. Em seguida, os estudantes expõem os elementos desconhecidos que são dados pela determinação de uma sentença numérica generalizada, que satisfaça os testes com números feitos por eles, para que assim eles possam reconhecer a contradição gerada pelo problema e, enfim reconhecer, qual é o conhecimento almejado.

Prosseguindo com a resolução, o segundo passo consta em construir o núcleo conceitual e procedimental, visando estratégias de conexões entre os conceitos de sentenças numéricas e operação de adição, e os procedimentos apresentados na resolução dessas sentenças com a operação de adição, como suporte nas estratégias, para que possamos determinar qual sentença numérica generalizada satisfaz os testes com números utilizados pelos estudantes de modo que seja possível expressar um modelo matemático. Então, temos o seguinte modelo para a resolução dessa alternativa: $a + 0 = a$.

O terceiro passo busca a aplicabilidade das estratégias delineadas no passo anterior relacionadas com os conhecimentos conhecidos e desconhecidos já formulados pelo estudante, isto é, teremos como resolução do modelo matemático instituído os seguintes testes numéricos: 4+0=4, 6+0=6, 9+0=9 e isso é uma verdade para todos os números somados com zero.

No quarto e último passo dessa modelagem é realizada uma análise das soluções dos testes numéricos feitos junto ao modelo matemático, o qual verificará se corresponde com o objetivo e as condições apresentadas no problema discente. Dessa forma, analisando a solução das sentenças numéricas temos como conclusão que qualquer número adicionado a zero o valor resultará no próprio número. Analogamente, isso ocorre subtraindo zero de um número qualquer, exemplo: 4 – 0 = 4, 7 – 0 = 7 e assim sucessivamente, seguindo o modelo matemático $a - 0 = a$.

Logo, depois de toda resolução do problema discente é indispensável que o estudante seja motivado a verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente partindo do conhecido agora atualizado pelo desconhecido. Ou seja, que os estudantes façam vários testes numéricos, onde as propriedades do sistema de numeração se aplicam.

A seguir, sugestões de atividades a serem exploradas na construção de um pensamento aritmético generalizado com conjecturas frisando o pensamento relacional nas resoluções:

- Subtraia um número dele mesmo. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta.

  Na resolução dessa tarefa chegaremos a seguinte conclusão do modelo matemático: $a - a = 0$; e os seguintes testes com números: 4 – 4 = 0; 9 – 9 = 0.

- Soma dois números e posteriormente inverta a ordem do somando e compare os resultados. A que conclusão você pode chegar? Escreva o fato anterior uma sentença numérica?

  Na resolução dessa tarefa chegaremos a seguinte conclusão do modelo matemático: $a + b = b + a$; e os seguintes testes com números: 4 + 5 = 5 + 4; 9 + 3 = 3 + 9.

No Quadro 8 a tarefa está também vinculada ao problema nº4 com o intuito de construir as propriedades do sistema numérico de forma generalizada utilizando sentenças numéricas por meio de conjecturas relacionadas ao significado do símbolo de igualdade, ampliando assim o conhecimento generalizado aritmético com as operações de multiplicação e divisão.

Quadro 8: Tarefa com conjecturas de multiplicação e divisão.

Itens	Descrição
Texto das tarefas	a)Multiplique um número por 1. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta. b)Divida um número por 1. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta. c)Divida um número por ele mesmo de forma que o denominador seja diferente de zero. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta. d)Multiplique dois números e posteriormente inverta a ordem do multiplicando e compare os resultados. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta.
Objetivo da tarefa	Introduzir o pensamento aritmético generalizado na construção e resolução de conjecturas.
O Conhecido	Operação de multiplicação e divisão.
O Desconhecido	Determinar uma sentença numérica que satisfaça os testes com números.
Problema Discente nº4	Encontrar uma solução de uma sentença numérica generalizada utilizando letras para determinar os valores desconhecidos dos números com a finalidade de converter a sentença aberta em verdadeira por meio do significado de igualdade.
Estratégia de conexão entre conhecimento conhecido e desconhecido	Realizar as operações de multiplicação e divisão com as sentenças numéricas de modo que seja verdadeira a afirmativa da questão.
Operações de controle da ASPD	As ações de construção do problema discente e do núcleo conceitual e procedimental serão elaboradas junto com os estudantes.

	As ações relacionadas à solução e à análise do problema discente serão realizadas pelos estudantes independentemente.
Outras informações contextualizadas	Sugere colocar tarefas que explorem a construção e resolução de conjecturas com as operações de multiplicação e divisão.

Fonte: Elaborado pela Autora.

Resolvendo a primeira alternativa da tarefa, os estudantes terão que formular o problema discente, concentrando em apresentar os conhecimentos conhecidos sobre a manipulação da operação de multiplicação. Partindo disso, é necessário que eles abordem os elementos desconhecidos que são dados pela determinação de uma sentença numérica generalizada que satisfaça os testes com números sugeridos por eles. Diante disso, os estudantes devem reconhecer a contradição gerada pelo problema e enfim reconhecer qual é o conhecimento ansiado.

O segundo passo, é constituir o núcleo conceitual e procedimental, traçando estratégias de conexões entre os conceitos de sentenças numéricas e operação de multiplicação, e os algoritmos ligados à resolução dessas sentenças com a operação de multiplicação como base nas estratégias para que possamos determinar qual sentença numérica generalizada que satisfaça os testes com números sugeridos pelos discentes e assim escrever um modelo matemático. Logo, temos como modelo para a resolução dessa alternativa: $a \times 1 = a$.

Partindo do passo anterior, agora pode-se sobrepor as estratégias destacadas relacionando-as aos conhecimentos conhecidos e desconhecidos já formulados pelo estudante. Assim, solucionando o modelo matemático temos os seguintes testes numéricos: 4×1=4, 6×1=6, 9×1=9 e isso é verídico para todos os números multiplicados por um.

No último passo da resolução são analisadas as soluções dos testes numéricos feitos no passo anterior baseado no modelo matemático instituído e isso, possibilitará averiguar se as condições apresentadas no problema discente correspondem ao objetivo da tarefa. Decorrente a isso, avaliando a solução das sentenças numéricas temos como conclusão que qualquer número multiplicado por um obtém-se o valor do próprio número.

Reformulando o problema discente para multiplicação de qualquer número por zero, alcançamos um resultado distinto do anterior, isto é, temos que qualquer número multiplicado por zero, o resultado sempre será zero. Segue daí, o modelo matemático: $a \times 0 = 0$, aplicando em exemplos numéricos teremos: 4 × 0 = 4, 9 × 0 = 0.

Logo, depois de toda resolução do problema discente é importante que o estudante seja motivado a verificar se existem outras maneiras de solucionar o problema discente partindo do conhecido agora atualizado pelo desconhecido. Isto é, que os estudantes façam vários testes numéricos onde as propriedades do sistema de numeração se aplicam.

Abaixo listarei algumas sugestões de atividades a serem cultivadas dentro de sala de aula para a gradativa construção de um pensamento aritmético generalizado com conjecturas sempre frisando o pensamento relacional para suas resoluções:

- Divida um número por 1. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta.

  A tarefa tem como modelo matemático: $a \div 1 = a$, e como aplicações numéricas de exemplos: $4 \div 1 = 4$, $6 \div 1 = 6$ e assim sucessivamente pois isso é uma propriedade verdadeira o qual conclui que qualquer número dividido por 1 o resultado sempre será o próprio número dividido.
- Divida um número por ele mesmo de forma que o denominador seja diferente de zero. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta.

  A tarefa tem como modelo matemático: $a \div a = 1$, e como aplicações numéricas de exemplos: $4 \div 4 = 1$, $6 \div 6 = 1$ e assim sucessivamente pois isso é uma propriedade verdadeira o qual conclui que qualquer número dividido por ele mesmo o resultado sempre será 1.
- Multiplique dois números e posteriormente inverta a ordem do multiplicando e compare os resultados. Teste com vários números. A que conclusão você pode chegar? Escreva uma sentença numérica e justifique sua resposta.

  A tarefa tem como modelo matemático: $a \times b = b \times a$, e como aplicações numéricas de exemplos: $4 \times 6 = 6 \times 4$, $5 \times 7 = 7 \times 5$ e assim sucessivamente pois isso é uma propriedade verdadeira o qual conclui que qualquer número multiplicado por outro em qualquer ordem posicional sempre será resultará no mesmo resultado.

4.3 SUGESTÕES PARA A ORGANIZAÇÃO DO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZAGEM

Para obter êxito no processo de ensino e aprendizagem a organização é primordial e, para isso, deve-se considerar uma lógica nos conteúdos ministrados, uma teoria que explique como os estudantes aprendem e também a intervenção com estratégias mediadoras de ensino entre os estudantes e o objeto de aprendizagem. A seguir serão apresentadas sugestões de princípios para o planejamento da sequência didática:

- Identificar no processo de ensino e aprendizagem, as principais propostas do projeto pedagógico no contexto em que se desenvolve a Matemática e as características dos estudantes, professores e recursos didáticos referidos à atividade;

- Determinar o nível de partida da atividade cognitiva (diagnóstico) dos estudantes, ou seja, o nível dos conhecimentos matemáticos necessários para a referida resolução de equações; a resolução de problema e verificar a atitude e motivação dos estudantes diante da atividade;
- O professor a partir do diagnóstico deve construir os problemas discentes que geram o sistema de tarefas;
- Construir o Esquema da Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA) da Atividade de Situações Problema Discente (ASPD) que servirá para o estudante como modelo para sua BOA e avaliação para o professor;
- Selecionar os recursos didáticos visando o tipo de Base Orientadora da Ação (BOA);
- Selecionar o sistema de avaliação considerando cada etapa que será formada;
- Preparar o plano de ensino seguindo a formação das ações mentais;
- Fazer os planos de aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino problematizador de Majmutov propõe a construção de um sistema de tarefa com uma contradição objetiva entre conhecimento conhecido e desconhecido que deve ser construído pelo professor dentro da zona de desenvolvimento proximal. Por outro lado, o professor deve mediar no processo de ensino e aprendizagem para que a contradição se converta num problema discente.

A proposta de Walle da utilização do pensamento algébrico para a resolução de equações, ajuda ao estudante na formação do pensamento abstrato e para isso se sugere que seja utilizado à organização do processo de ensino aprendizagem por meio da teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin, com o papel mediador do professor seguindo os princípios da Atividade de Estudo de Talízina.

A construção dos problemas discente permite a constituição do sistema de tarefa. A Atividade de Situação Problema Discente possibilitará ao estudante orientar-se para resolução correta de equações. O EBOCA da ASPD servirá de modelo para os estudantes formar sua BOA e para o professor avaliar o desempenho dos estudantes.

Contudo, a pesquisa apresenta um leque teórico e pedagógico com sequências didáticas que servirão para melhoria do sistema de ensino e aprendizagem da resolução de equações no 7º ano do Ensino Fundamental, desenvolvendo competências e habilidades que se aplicam no cotidiano dos discentes.

Portanto, temos que para a construção de um pensamento algébrico enraizado em generalizações aritméticas o pensamento relacional torna-se indispensável, pois possibilita correlacioná-lo com o conhecido do estudante até que ele atinja o seu potencial de aprendizagem para então, consolidar o letramento matemático na sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF, 2018.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática: 6º Ano**. 3ed. São Paulo: Editora Ática, 2010.

GALPERIN, P. Ya. **Formation as a Method of Psychological Investigation**. Jornal of Russian and East European Psychology, p. 60-80, jun. 1992.

GUÉTMANOVA, A. **Lógic**a. Moscú: Editora Progresso, 1989.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo/ tradução Rubens Eduardo Frias**. 2ed. São Paulo: Centauro, 2004.

MAJMUTOV, M.J. **La enseñanza problémica**. Habana: Pueblo y Revolunción, 1983.

MENDOZA, H. J. G; DELGADO, O. T. **Proposta de um esquema da base orientadora completa da ação da atividade de situações problema discente.** Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, v. 4, n. 1, p. 180-200, 3 de agosto de 2020.

MENDOZA, H. J. G; DELGADO, O. T. Contribuições do sistema didático Galperin, Talízina e Majmutov para resolução de problemas**.** In: Andréa Maturano Longarezi; Roberto Váldes Puentes. (Org.). **Ensino Desenvolvimental: Sistema Galperin-Talízina.** 1ed.Guarujá - São Paulo: Editora Científica Digital Ltda, 2021, p. 333-359

NÚÑEZ, I. B; RAMALHO, B. L. **Diagnóstico do nível de desenvolvimento da orientação de uma ação em Química Geral, com futuros professores.** Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, 2(2), p. 412-439, 2018.

TALÍZINA, N. F. **Psicologia de la Enseñanza.** Moscú: Editorial Progresso, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WAKIYAMA, Y. N; MENDOZA, H. J. G. **Diagnóstico da aprendizagem por meio da atividade de situações problema discente em modelagem Matemática dos estudantes de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Amazonas.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 12, n. 6, p. 1-25, 29 dez. 2021.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula.** 6ed. Porto Alegre: Editora Artmed, 2009.